Généralités sur les similitudes du plan

I Transformations du plan

I.1 Composition des applications

Définition 1 Une transformation f du plan est une *bijection* du plan dans lui-même, ce qui signifie

- on fait correspondre à tout point M un unique point M' noté aussi $f(M)$
- pour tout point N, il existe un unique point M tel que $N = f(M)$

Exemple et contre-exemple:

Définition 2 Soit f et g deux applications du plan dans lui-même.
On appelle *composée* de f suivie de g l'application notée $g \circ f$ qui, à tout point M, associe le point $g(f(M))$.

Exemple :

I.2 Réciproque d'une transformation

Définition 3 Soit f une transformation. On appelle *réciproque* de f, l'application notée f^{-1} qui, à tout point N du plan, associe **le** point M tel que $N = f(M)$.

Remarques :

- f^{-1} associe à tout point du plan, son unique antécédent par f.
- f^{-1} est une bijection du plan dans lui-même, on l'appelle la transformation réciproque de f.
- $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = \dots$

I.3 Les transformations usuelles

transformation	M **a pour image** M' **signifie**	**figure**	**réciproque**
s_Δ : réflexion d'axe Δ	Si $M \in \Delta$ alors ...... sinon Δ est		$(s_\Delta)^{-1} = \ldots\ldots$
$t_{\overrightarrow{u}}$: translation de vecteur $\overrightarrow{u}$	$\overrightarrow{MM'} = \ldots\ldots$		$(t_{\overrightarrow{u}})^{-1} = \ldots\ldots$
r : rotation de centre Ω et d'angle θ	Si $M = \Omega$ alors ...... sinon		r^{-1} est
h : homothétie de centre Ω et de rapport k ($k \in \mathbb{R}^*$)	$\overrightarrow{\Omega M'} = \ldots\ldots$		h^{-1} est

Définition 4 Une *isométrie* est une transformation qui conserve les distances

Exemples :

II Similitudes planes

II.1 Définition géométrique

Définition 5 Soit k un réel strictement positif.
On appelle *similitude de rapport* k toute transformation du plan qui multiplie les distances par k.

Reformulation : Soit f une transformation du plan.
f est une similitude si, et seulement si, il existe un réel $k > 0$ tel que pour tous points M et N d'images M' et N' par f, on a

$$M'N' = k\, MN$$

Exemples :

II.2 Composée et réciproque